

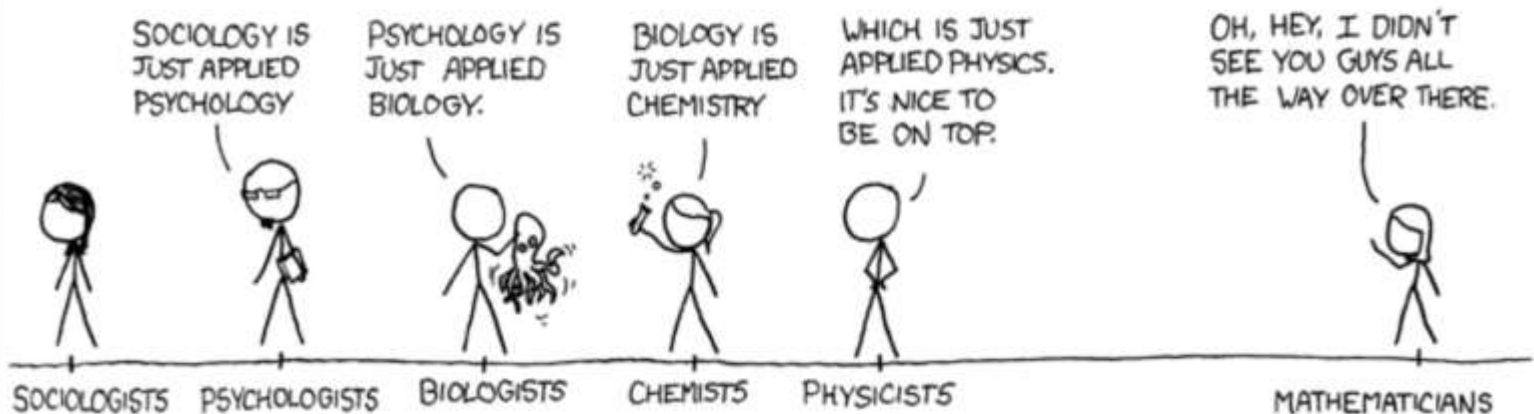
# HULK STRUKTUUR SEOSSED

Tartu 26.03.2025  
[Raili.vilt@ut.ee](mailto:Raili.vilt@ut.ee)  
Tü teaduskool  
Eesti Matemaatika Selts

MIS ON MATEMAATIKA?

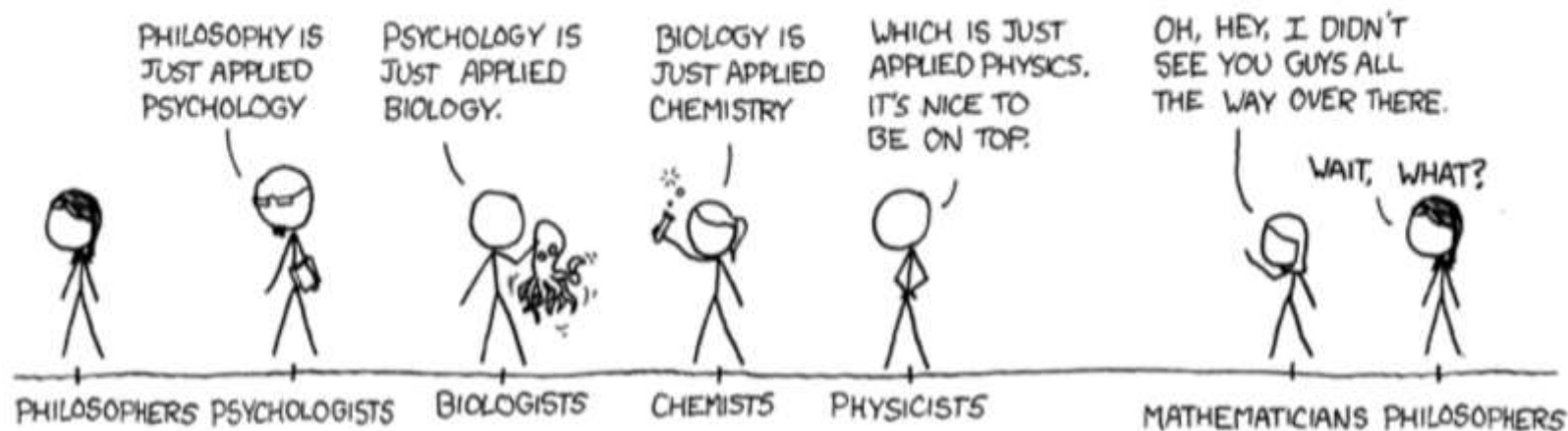
# FIELDS ARRANGED BY PURITY

→ MORE PURE



# FIELDS ARRANGED BY PURITY

→ MORE PURE



Õpetada matemaatilist mõtet

Õpetada matemaatilist mõtlemist

- Õpilased peaksid tegelema matemaatikaga selle sõna otseses mõttes, st **aktiivselt otsima seoseid**, iseseisvalt sõnastama üldistusi ja seejärel oma tulemusi ka põhjendama.
- **verbid**, mis peaksid kirjeldama matemaatikaga aktiivset tegelemist on: **uurima, avastama, järeldama, formuleerima, konstrueerima, seoseid otsima, lahendama, selgitama, ennustama, kirjeldama, tõestama ...**

Rutiinsete matemaatiliste teadmiste omandamine pole veel tõeline matemaatikaga tegelemine.

Lisaks ülesannete lahendamisele peaks õpilane olema kaasatud ka nn matemaatika tegemise protsessi.

## uurimuslik e. avastusõpe

- Avastusõppe korral asendame valmisteadmiste esitamise protsessiga, kus õpetaja sõnastab probleemi ja suunab õpilaste otsinguprotsessi probleemi lahendamisel.
- õpilased mõtestavad varasematele teadmistele tuginedes lahti uusi situatsioone, teostavad uurimusliku protsessi ning analüüsivad ja esitavad saadud tulemusi.
- õpilased saavad neile jõukohasel tasemel töötada sarnaselt professionaalsete matemaatikute ega luua neile subjektiivselt uut teadmist.

## Avastusõppe väljakutsed

- Õpetajad tunnevad end sageli ebakindlalt uue lähenemise juurutamisel, sest kontroll klassis toimuva üle väheneb.
- Selliste tundide ettevalmistamine (vähemalt alguses) on õpetaja jaoks ajamahukas.
- Sobivate juhendmaterjalide vähesus. Sobivate tööjuhendite produtseerimine on õpetajate jaoks suur lisatöö.
- Õpilaste võimalik vastuseis – kui uurimusliku õppega alustada, võivad õpilased tunda vastumeelsust aktiivsesse rolli astumise osas.
- Uurimuslik õpe on sageli ajamahukas. Kui õpilased ise uurivad mingit situatsiooni ja sõnastavad selle põhjal järeldusi, on selleks vaja rohkem aega.

# Uurimustöö

## 1. Uurimistöö liigid ja eesmärgid

Uurimistöö on õpilase iseseisev töö õpetaja juhendamisel.

Uurimistöö käigus toimub probleemi püstitamine ja selle analüüsimine/käsitlemine.

Uurimistöö koosneb teoreetilisest osast ja uurimuslikust osast. Uurimuslik osa peab sisaldama õpilase oma seisukohti ja originaalset materjali.

Uurimistöö võib olla kas teaduslik uurimistöö või praktiline töö.

### 1.1. Teadusliku uurimistöö liigid

- Uurimus (case study), mille käigus probleemile vastuse leidmiseks viiakse läbi andmete kogumine ja nende analüüs, ning arutletakse, mis tulemustest järeldub (nähtustevaheliste seoste uurimine, probleemi põhjuste analüüsimine jm)
- Ülevaade (review) annab ülevaate ja üldistab teiste autorite uurimistulemusi, määrab probleemi läbiuurituse seisu ja edasiste uurimisprioriteetide suuna.

## 1.2. Valikaine lühikirjeldus

Valikaine „Uurimistöö alused”

Valikaine annab algteadmised teadusliku uurimistöö olemusest, meetoditest, etappidest, struktuurist, vormistamisest ning kaitsmisest. Valikaine koosneb auditoorsetest loengutest ja/või e-õppevormidest, mille jooksul käsitletakse eespool nimetatud teemasid. Lisaks kasutatakse individuaalõppevormi, mille vältel õpilane koostab koostöös juhendajaga vabalt valitud ainevaldkonnas uurimistöö, sh uurimistöö annotatsiooni emakeeles ja A-võõrkeeles, ning retsensiooni kaasõpilase uurimistöö kohta.

Uurimistöö on eelkõige protsess ja töömeetod, mille käigus analüüsitakse uuritavat probleemi süstematiseeritud ja asjakohaselt struktureeritud viisil. Tööd koostades tuleb järgida teaduslikkust tagavaid nõudeid. Seega peab uurimistöö teema olema aktuaalne ja töö sisu üheselt arusaadav. Järgida tuleb selektiivsuse, süsteemsuse, täpsuse ja objektiivsuse põhimõtteid. Autor peab kriitiliselt käsitlema nii enda kui ka olemasolevaid seisukohti ning kõik esitatud väited peavad olema argumenteeritud ja toetuma faktidele.

Teaduslikkuse järgimine eeldab kolme sisuliselt eristuva osa olemasolu töös:

- 1) ülevaade sellest, mida teised on teinud;
- 2) ülevaade oma uurimuse tulemustest ja kasutatud meetoditest;
- 3) enda tulemuste võrdlus teiste omadega ning järeldused.

Uurimistöö on uurimisprotsessi konkreetne tulemus ehk kirjalik aruanne, mis kajastab õpilase oskust iseseisvalt mõelda ja sisaldab õpilase oma seisukohti.

## Mille poolest erineb teaduslik uurimus uurimuslikust ajakirjandusest, kriminalistikast jms?

### Teadusliku uurimistöö eesmärgid:

- Avastamine ja kirjeldamine
  - pürgimine sinna, kus keegi veel olnud ei ole
  - vaatame, mis juhtub kui...
  - uus vaade vanadele, tavalistele asjadele
  - avastuste esitamine vormis, mis teeb võimalikuks nende seletuse otsimise ja kinnituste leidmine (Binet 1912, IQ test)
- Seletamine, põhjendamine
  - muutujate vaheliste seoste leidmine, eesmärgiks ennustuste tõenäosuse suurendamine (Kounin, Friesen, Thompson 1966, distsipliin klassis ja *momentum*)
- Kinnitamine/ ümberlükkamine, ennustamine
  - seletuse/ põhjenduse kontrollimine (validation)

## II. TÖÖLE ESITATAVAD PÕHINÕUDED

### 1. Sisulised nõuded

Õpilastöödele kehtivad teatud üldtunnustatud kriteeriumid, mille peamised nõuded on välja toodud järgnevalt:

- a) Originaalsus. Iga töö peab sisaldama midagi uut ja esmakordset.
- b) Objektiivsus. Järeldusi tuleb teha vastavalt kogutud andmestikule või tuginedes läbiviidud praktikale. Käsitlevasse teemasse tuleb suhtuda erapooletult, mitte mõjutatuna üldlevinud arusaamadest, kui need pole kooskõlas saadud tulemustega.
- c) Tõestatavus. Kõik esitatud väited peavad olema argumenteeritud ja toetuma faktidele.

UUS PROBLEEM, IDEE

Ja seda MATEMAATIKAS?

Originaalne

Ja jõukohane kooliõpilasele

matemaatikaalane küsitlus,  
võistluse/põgenemistoa koostamine  
võistluse/ürituse analüüs, jälgimine,  
kokkuvõttev/ajalooline,  
ülesannete tõlkimine, lahendamine

ülesannete tõlkimine, lahendamise

vaatamine, mis juhtub kui ....

ülesannete tingimuste muutmine,

laiendamise, üldistamine....

ehk probleemide ringi uurimine

Olgu  $x$  ja  $y$  positiivsed täisarvud nii, et  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$ .

Leia arvu  $y$  suurim võimalik väärtus.

A 40

B 60

C 240

D 420

E 480

Olgu  $x$  ja  $y$  positiivsed täisarvud nii, et  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$ .

Leia arvu  $y$  suurim võimalik väärtus.

A 40

B 60

C 240

D 420

E 480

Lahendus. Arvu  $y$  suurimale võimalikule väärtusele vastab  $\frac{1}{y}$  vähim võimalik väärtus.

Kuna  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$ , siis  $\frac{1}{y}$  vähimale võimalikule väärtusele vastab  $\frac{1}{x}$  suurim võimalik väärtus, ja seega  $x$  vähim võimalik väärtus.

Nüüd  $\frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{y} < \frac{1}{20}$  kuna  $y > 0$ . Seega  $x > 20$ .

Kuna  $x$  on positiivne täisarv, siis  $x$  vähim võimalik väärtus on 21. Kui  $x = 21$ , saame  $\frac{1}{y} = \frac{1}{20} - \frac{1}{21} = \frac{21-20}{20 \cdot 21} = \frac{1}{420}$  ja järelkult  $y = 420$ .

Seega  $y$  suurim võimalik väärtus on 420.

Olgu  $x$  ja  $y$  positiivsed täisarvud nii, et  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$ .

Leia arvu  $y$  suurim võimalik väärtus.

A 40

B 60

C 240

D 420

E 480

1) (a) Teisenda võrdust  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$  avaldades  $y$  muutuja  $x$  kaudu.

(b) Kasuta saadud seost ja näita et  $y$  suurim võimalik väärtus on 420.

2) Olgu  $x$  ja  $y$  positiivsed täisarvud nii, et  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{25}$ . Leia  $y$  suurim võimalik väärtus?

3) Olgu  $x, y$  ja  $z$  positiivsed täisarvud nii, et  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ . Mis on  $y$  suurim võimalik väärtus avaldatuna  $z$  kaudu?

4) Leia võrrandi  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$  kõik võimalikud lahendid, kus  $x$  ja  $y$  on positiivsed täisarvud ja  $x < y$ .

5) Leia võrrandi  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$  kõik võimalikud lahendid, kus  $x, y$  ja  $z$  on positiivsed täisarvud ning  $x < y < z$ .

6) Leia võrrandi  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$  kõik võimalikud lahendid, kus  $x, y$  ja  $z$  on positiivsed täisarvud  $x < y < z$ .

JADAD

### 3. 26

0, 1, 1, 1, 3, 5, 2, 5, 1, 9, 6, 5, 4, 1, 13, 13, 15, 15, 17, 19, 19, 21, 0, 3, 10, 17, 22, 27, 1, 3, 15, 27, 8, 19, 1, 15, 31, 11, 28, 7, 27, **3, 26**, 3, 23, 41, 20, 5, 37, 17, 46, 25, 0, 33, 13, 49, 30, 7, 43, 19, 52, 29, 14, 61, 41, 19, 5, 59, 50, 37, 22, 7, 67, 55, 43, 29, 15, 3, 68, 57, ...

$$2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 +$$

Jääk, kui esimese  $n$  algarvu summa jagatakse  $n$ -ga.

JADAD

3.26

0, **3, 26**, 255, 3124, 46655, 823542, 16777215, 387420488, 9999999999, 285311670610, 8916100448255,  
302875106592252, 11112006825558015, 437893890380859374, 18446744073709551615,  
827240261886336764176, 39346408075296537575423, 1978419655660313589123978

$$a(n) = n^n - 1$$

JADAD

26, 3

1, 2, 3, 2, 5, 6, 7, 2, 3, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 2, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 5, **26, 3**, 28, 29, 30, 31, 2, 33, 34, 35, 6, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 7, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 2, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74

$n = m^k$ , kus  $n$ ,  $m$  ja  $k$  on täisarvud ning  $k \geq 1$ , siis  $a(n)$  vähim võimalik väärtus on  $m$ .

JADAD

26, 3

1, 2, 3, 2, 5, 6, 7, 2, 3, 10, 11, 6, 13, 14, 15, 4, 17, 6, 19, 10, 21, 22, 23, 6, 5, **26, 3**, 14, 29, 30, 31, 4, 33, 34, 35,  
6, 37, 38, 39, 10, 41, 42, 43, 22, 15, 46, 47, 12, 7, 10, 51, 26, 53, 6, 55, 14, 57, 58, 59, 30, 61, 62, 21, 4, 65, 66,  
67, 34, 69, 70, 71, 6, 73, 74, 15, 38, 77, 78

vähim arv, mille kuup jagub arvuga  $n$ .

The OEIS is supported by [the many generous donors to the OEIS Foundation](#).

0 1 3 6 2 7  
: OE 13  
: IS 20  
23 12  
10 22 11 21

THE ON-LINE ENCYCLOPEDIA  
OF INTEGER SEQUENCES<sup>®</sup>

founded in 1964 by N. J. A. Sloane

# The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)

Enter a sequence, word, or sequence number:

[Hints](#) [Welcome](#) [Video](#)

For more information about the Encyclopedia, see the [Welcome](#) page.

**Languages:** [English](#) [Shqip](#) [العربية](#) [Bangla](#) [Български](#) [Català](#) [中文 \(正體字, 简化字 \(1\), 简化字 \(2\)\)](#) [Hrvatski](#) [Čeština](#) [Dansk](#) [Nederlands](#) [Esperanto](#) [Eesti](#) [فارسی](#) [Suomi](#)  
[Français](#) [Deutsch](#) [Ελληνικά](#) [עברית](#) [हिंदी](#) [Magyar](#) [Igbo](#) [Bahasa Indonesia](#) [Italiano](#) [日本語](#) [ಕನ್ನಡ](#) [한국어](#) [Lietuvių](#) [मराठी](#) [Bokmål](#) [Nynorsk](#) [Polski](#) [Português](#)  
[Română](#) [Русский](#) [Српски](#) [Slovenščina](#) [Español](#) [Svenska](#) [Tagalog](#) [ภาษาไทย](#) [Türkçe](#) [Українська](#) [اردو](#) [Tiếng Việt](#) [Cymraeg](#)

Suurusjärgus 382 000 jada

<https://oeis.org/>

Millal jagub täisarv arvuga 3?

### 3.1.1. Põhimõisted ja -tulemused

**Definitsioon 3.1.1.** Positiivne kümnendsüsteemi täisarv on *Niveni arv* (*Niven number*), kui see arv jagub oma numbrite summaga [65].

Näiteks arv 2010 on Niveni arv, sest jagub oma numbrite summaga.

Esimesed Niveni arvud on: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 18, 20, 21 [53, A005349].

Niveni arvude definitsioonist lähtuvalt saab teha kolm ilmset järeldust.

**Järeldus 3.1.1.** Algarv saab olla Niveni arv vaid sel juhul, kui see on väiksem kui 10.

**Järeldus 3.1.2.** Kõik positiivsed täisarvulised järkarvud on Niveni arvud.

**Järeldus 3.1.3.** Niveni arve on lõpmata palju.

Niveni arvud on näide sellistest arvudest, mille defineerimisel on oluline, millises arvustüsteemis on vaadeldav arv üles kirjutatud. Näiteks kümnendsüsteemi arv 7 jagub oma numbrite summaga ja on definitsiooni 3.1.1 mõttes Niveni arv. Kui kasutada selle arvu kahendesitust  $7_{10} = 111_2$ , siis see ei jagu oma numbrite summaga  $11_2$ . Seetõttu on kasutusele võetud järgmine mõiste [65].

**Definitsioon 3.1.2.** Positiivne  $k$ -ndsüsteemi  $k \geq 2$  täisarv on *k-Niveni arv* (*k-Niven number*), kui see arv jagub oma numbrite summaga.

### 3.1.2. Super-Niveni arvud

Matemaatikute Cooperi ja Kennedy töödes on lähemalt uuritud ka ühte Niveni arvude alamhulka, mida nad nimetavad super-Niveni arvude hulgaks [16].

Nimetatud arvude defineerimisel vaadeldakse kümnendsüsteemi positiivse täisarvu  $n$  korral hulka  $K_n$ , mille moodustavad arvu  $n$  nullist erinevad numbrid ja kõik võimalikud nullist erinevate numbrite summad.

Näiteks  $K_{18} = \{1, 8, 9 = 8 + 1\}$ ,  $K_{2010} = \{1, 2, 3 = 2 + 1\}$ ,  $K_{2011} = \{1, 2, 3 = 2 + 1, 4 = 2 + 1 + 1\}$ .

**Definitsioon 3.1.3.** Positiivne kümnendsüsteemi täisarv  $n$  on *super-Niveni arv*, kui arv  $n$  jagub kõikide arvudega, mis kuuluvad hulka  $K_n$ .

Näiteks arv 2010 on super-Niveni arv, sest  $K_{2010} = \{1, 2, 3 = 2 + 1\}$  ning 2010 jagub arvudega 1, 2 ja 3.

Esimesed super-Niveni arvud on: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 20, 24, 30, 36, 40, 48, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 102, 110, 120, 140, 150.

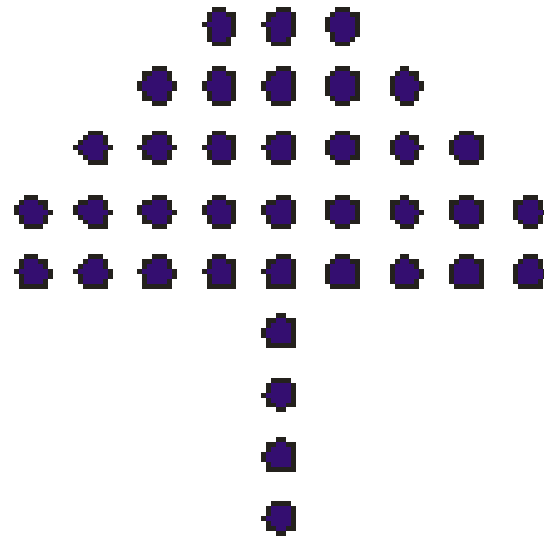
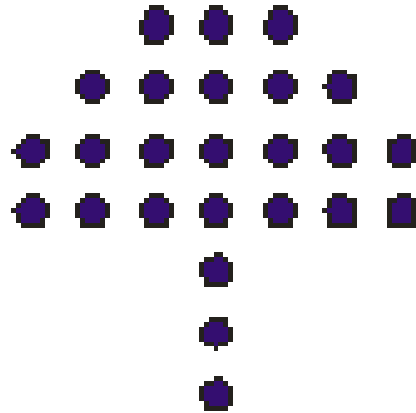
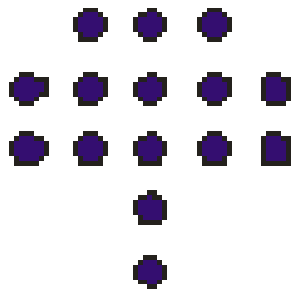
Super-Niveni arvu definitsioonist lähtuvalt saame teha kolm lihtsat järeldust.

**Järeldus 3.1.4.** Kõik super-Niveni arvud on Niveni arvud.

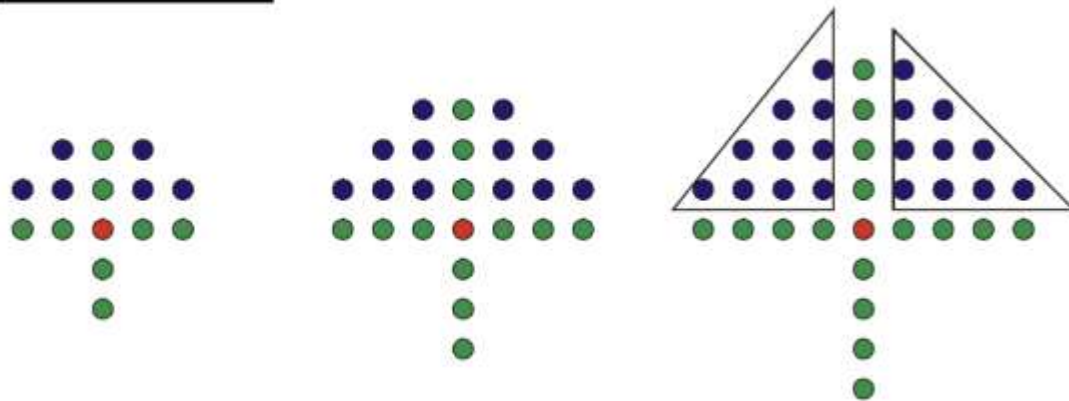
- 3.1.** Kas kõik arvuga 9 jaguvad arvud on Niveni arvud?
- 3.2.** Leia vähim positiivne arv  $m$ , mille korral  $2^m$
- a) ei ole Niveni arv,
  - b) on Niveni arv, kui  $m > 3$ .
- 3.3.** Nimetame arvu  $m$  *Niveniauguks*, kui arv  $m$  ei ole Niveni arv, aga arvud  $m-1$  ja  $m+1$  on Niveni arvud. Kui palju on arvust 100 väiksemaid Niveniauke? Kas on õige, et Niveniauk on alati paaritu arv?

- 3.4. Leia vähimad Niveni arvud, mille numbrite summad on vastavalt 11 ja 13.
- 3.5. Arvust 300 väiksemate Niveni arvude seas on neli sellist arvu, mille numbrite summa ei ole Niveni arv. Leia need arvud.
- 3.6. Arv 10 on Nivenmorfne arv. Leia vähim selline Niveni arv, mille numbrite summa on 10 ja mille viimastest numbritest moodustub arv 10. Kui palju on selliseid neljakohalisi arve?
- 3.7. Millised numbrid tuleks kirjutada 222222 arvule lõppu, et see oleks super-Niveni arv?
- 3.8. Asenda tähed  $A$  ja  $B$  nullist erinevate numbritega nii, et arv  $1AB000$  oleks super-Niveni arv. Leia kõik võimalused. Kui palju on nende seas selliseid, et ka arv  $1AB00$  on super-Niveni arv?

Mitu punkti on 47. kujundis,  
kui järjestuse kolm esimest kujundit on joonisel antud?  
Kuidas leidsid?



### Lahendus 1:



$$n. \text{ kujundis } 1 + 4(n+1) + 2 T_{n+1} = 1+4n+4+2\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right) =$$

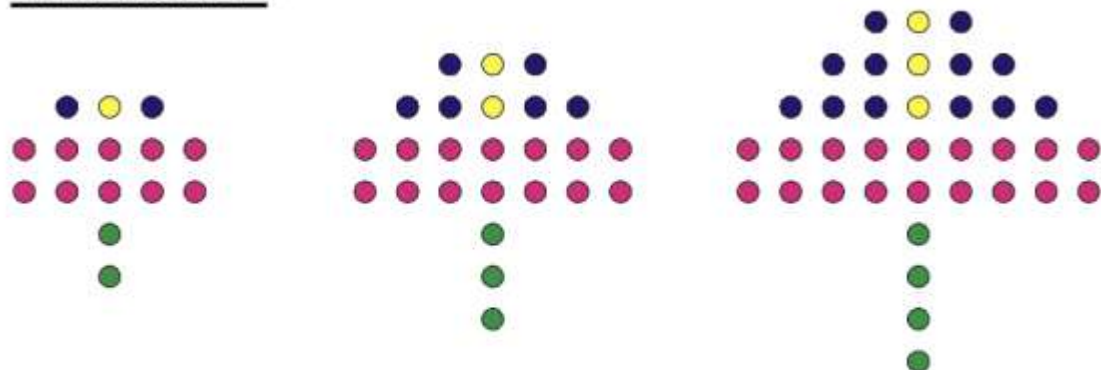
$$= 5+4n+(n+1)(n+2)=5+4n+n^2+2n+n+2= n^2+7n+7 \text{ punkti}$$

$$\text{Seega kui } n=47, \text{ siis punkte on } 47^2+7 \cdot 47+ 7=2209+329+7=2545$$

**Järgnevates lahendustes ei ole kõiki teisendusi tehtud – on vaid antud idee, kuidas tükeldada.**

**$T_n$  – tähistab  $n$ . kolmnurkarvu**

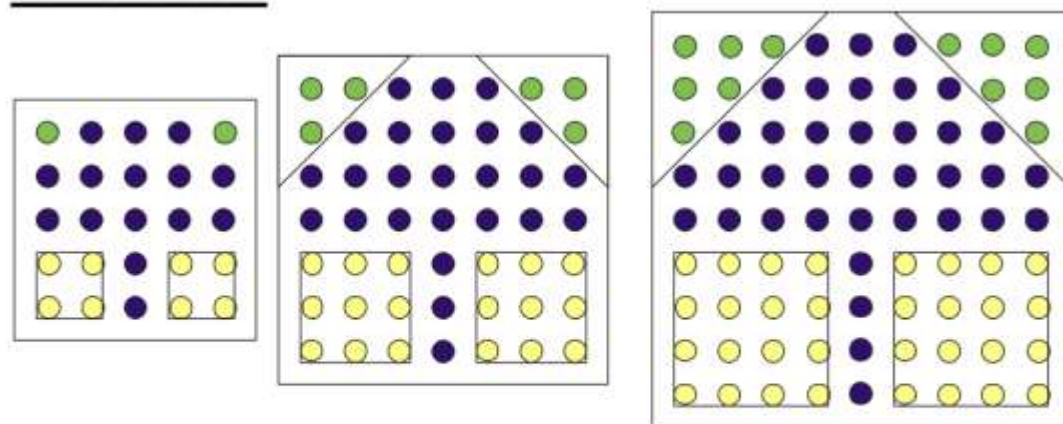
## Lahendus 2:



Kujund koosneb ristkülikust, lõigust pikkusega  $(n+1)$ , lõigust pikkusega  $n$  ja kahest  $n$ . kolmnurkarvust.

Seega  $n$ . arv on  $(2 \cdot (2n+3)) + n+1 + n + 2T_n =$

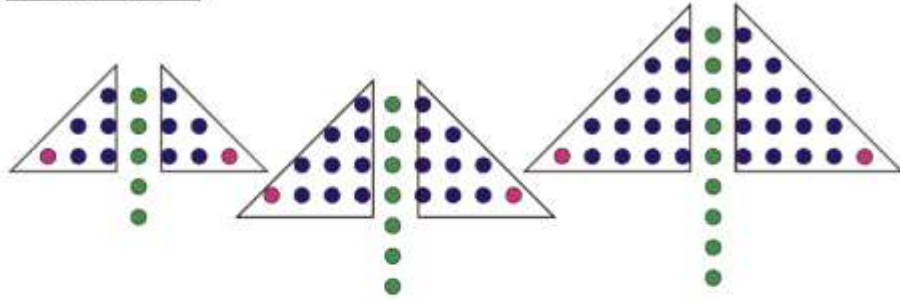
## Lahendus 3:



Kujundi saame kui ruutarvust lahutada ära kaks ruutarvu ja kaks kolmnurkarvu:

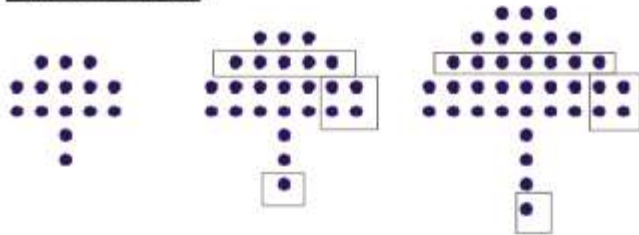
Seega  $n$ . arv on:  $(2n + 3)^2 - 2(n+1)^2 - 2T_n = \dots$

### Lahendus 5:



Kujund koosneb kahest kolmnurkarvust, mis on ühe võrra väiksemad lõigust.  
Seega n. arv on  $2(T_{n+2} - 1) + (2n+3) = \dots$

### Lahendus 6:



Esimeses kujundis on 5 punkti, teises on 10, kolmandas 17, neljandas 25 punkti.

Paneme tähele, et teises kujundis on 5 punkti rohkem kui esimeses, kolmandas on 7 punkti rohkem kui teises, neljandas on 8 punkti rohkem kui kolmandas.

Paneme tähele, et vahe läheb 2 võrra suuremaks kui oli eelmine vahe.

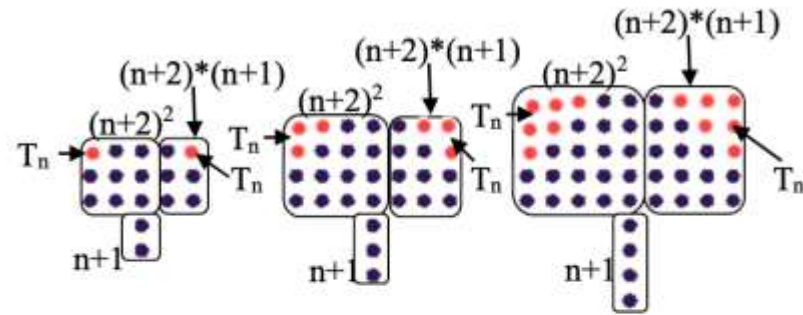
Samas: Alati tuleb 5 viis juurde - alla see üksik ja siis see ruuduke ja veel lisandub see üks rida, kus n kujundis on  $2n+1$  arvu.

Ja kui niimoodi järjest jälgida, siis 5-le tuleb n. arvus lisaks  $(5(n-1) + (5+7+9+\dots+(2n+1)))$

Seega n. arvu saab arvutada valemi abil:  $5 + (5(n-1) + (5+7+9+\dots+(2n+1)))$

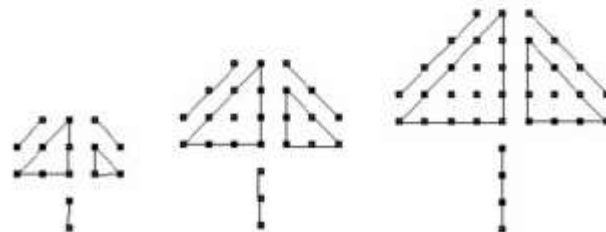
**Lahendus 7:**

$$\begin{aligned} & (n+2)^2 + (n+2)(n+1) + n+1 - 2T_n = \\ & = (n+2)(n+2) + (n+2)(n+1) + n+1 - 2T_n = \\ & = n^2 + 2n + 2n + 4 + n^2 + 2n + n + 2 + n + 1 - 2T_n = \\ & = n^2 + n^2 + 2n + 2n + 2n + n + n + 4 + 2 + 1 - 2T_n = \\ & = 2n^2 + 8n + 7 - 2 \frac{n(n+1)}{2} = \\ & = 2n^2 + 8n + 7 - n(n+1) = 2n^2 + 8n + 7 - n^2 - n = \\ & = n^2 + 7n + 7 \end{aligned}$$



**Lahendus 8:**

$$\begin{aligned} & \frac{(n+1)(n+2)}{2} + \frac{(n+2)(n+3)}{2} + 3(n+1) = \\ & = n^2 + 4n + 4 + 3n + 3 = n^2 + 7n + 7 \end{aligned}$$



112,5

ülesannete tingimuste muutmine,  
laiendamine, üldistamine....  
ehk probleemide ringi uurimine

A. 0

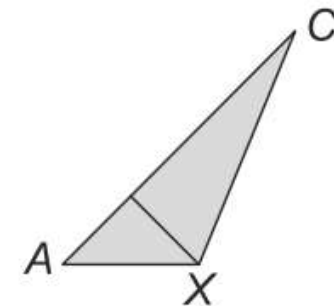
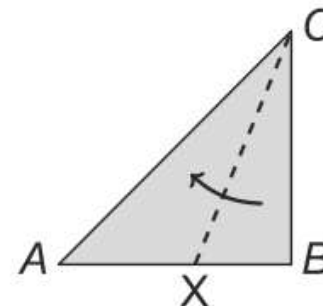
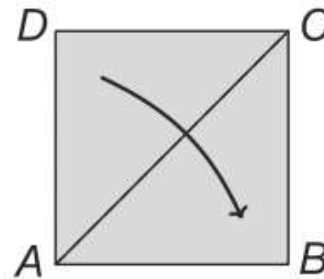
B. 0

C. 0

D. 0

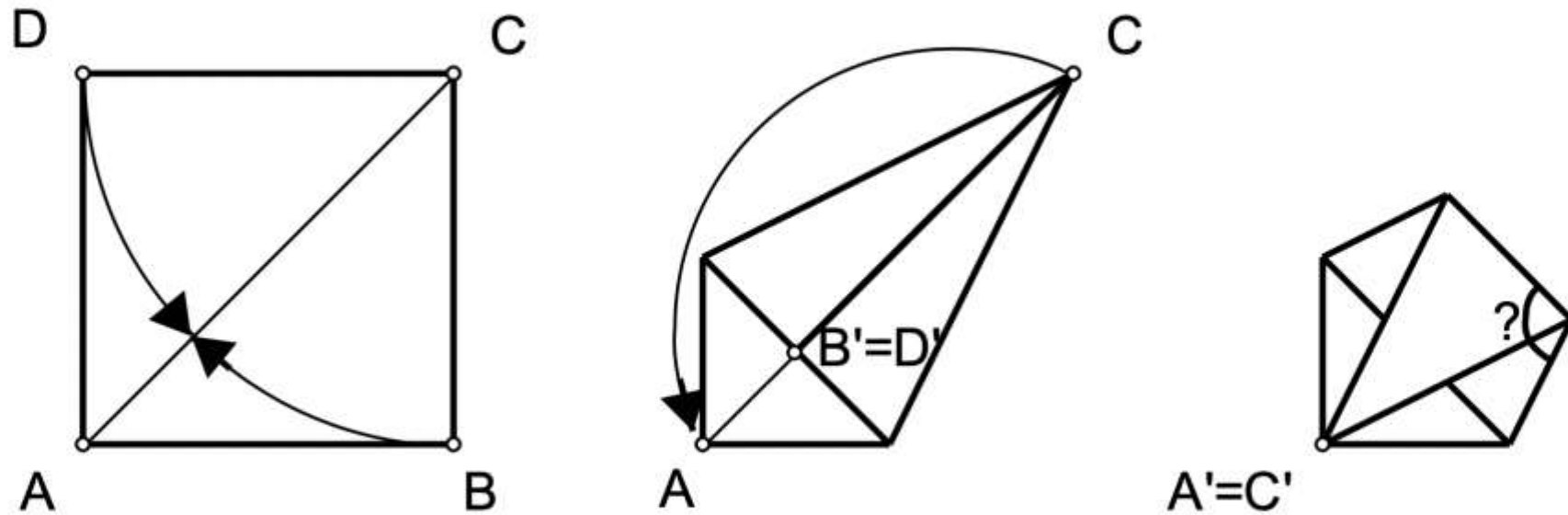
E. 0

7. Alex voltis ruudu  $ABCD$  mööda diagonaali pooleks ja sai tulemuseks kolmnurga  $ABC$ . Seejärel voltis ta saadud kolmnurga külje  $BC$  küljele  $AC$ . Leia nurga  $AXC$  suurus (vt. joonist).

A:  $108^\circ$ B:  $112,5^\circ$ C:  $120^\circ$ D:  $145^\circ$ E:  $157,5^\circ$ 

© KÄNGURU

21) A pentagon was folded from a square of paper, as shown in the figure. At first the edges BC and DC were folded to the diagonal AC, so that the corners B and D lie on the diagonal and then the resulting shape was folded so that the vertex C coincided with the vertex A.



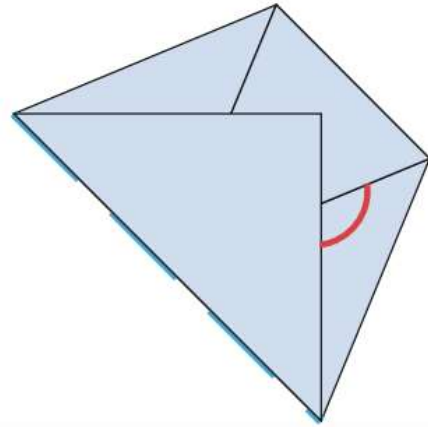
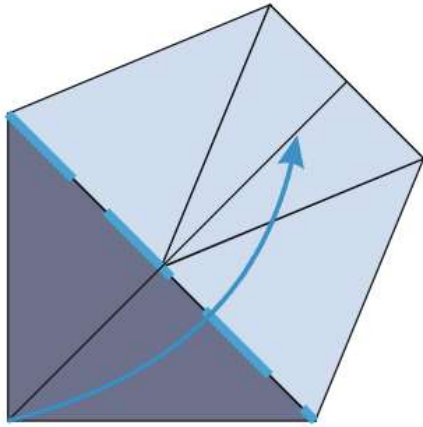
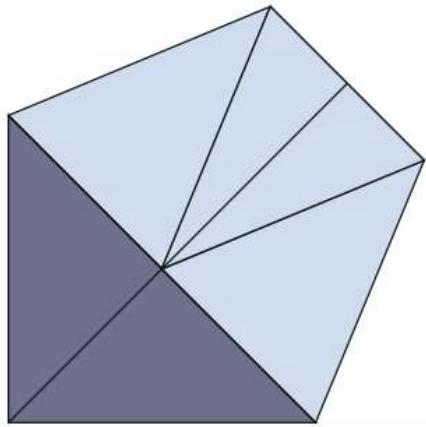
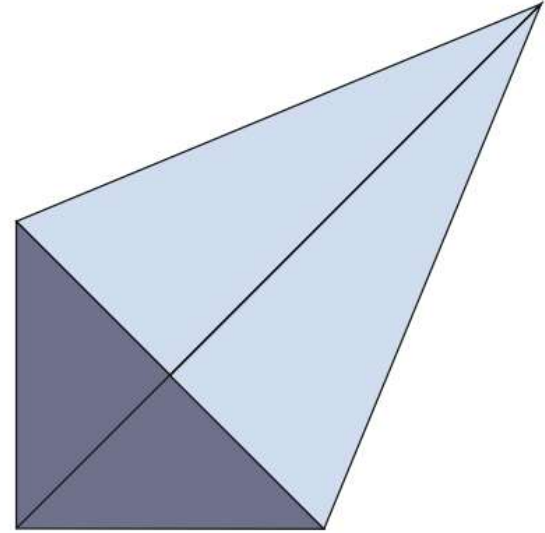
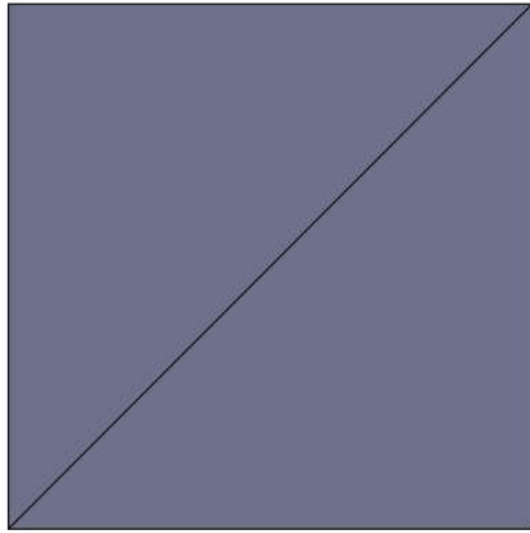
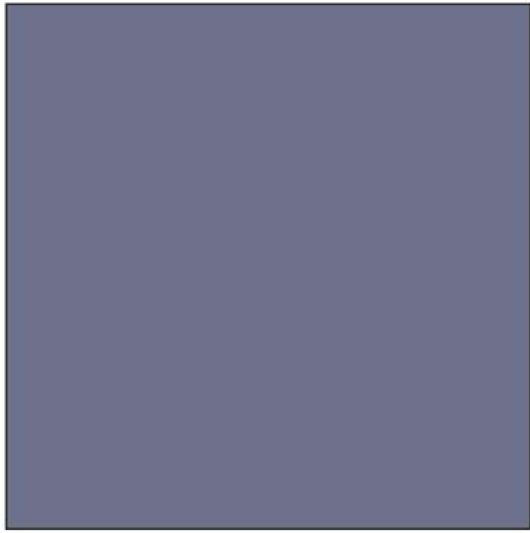
What is the size of the angle indicated by a question mark?

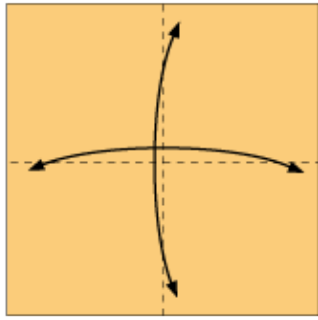
- A)  $104^\circ$       B)  $106.5^\circ$       C)  $108^\circ$       D)  $112.5^\circ$       E)  $114.5^\circ$

source: Kangaroo 2002, Cadet

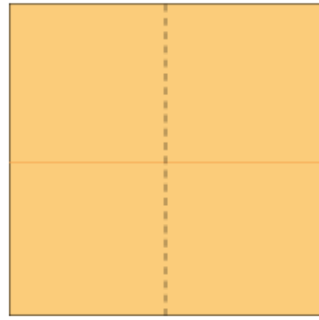
D

C

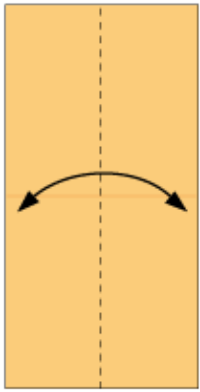




**1** Fold in half twice to make creases and fold back



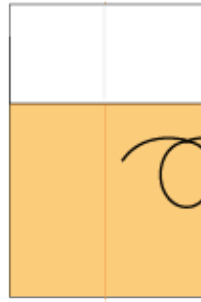
**2** Cut it with scissors



**3** Fold to make a crease and fold back



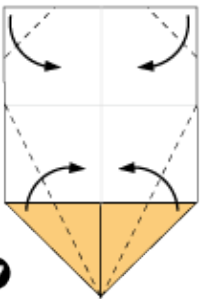
**4** Fold in the dotted line



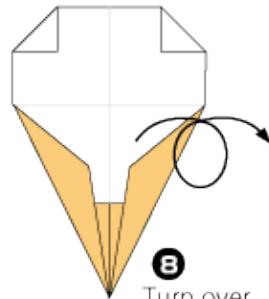
**5** Turn over



**6** Fold to meet the center line



**7** Fold in the dotted line



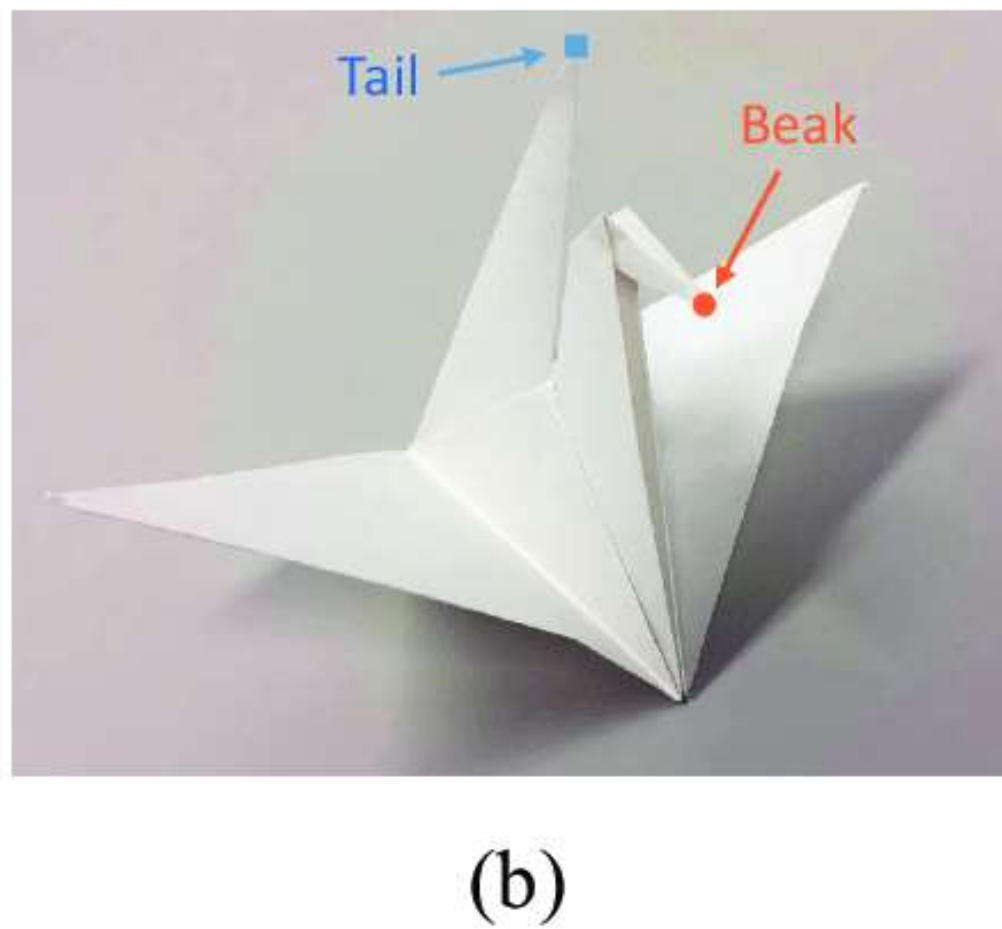
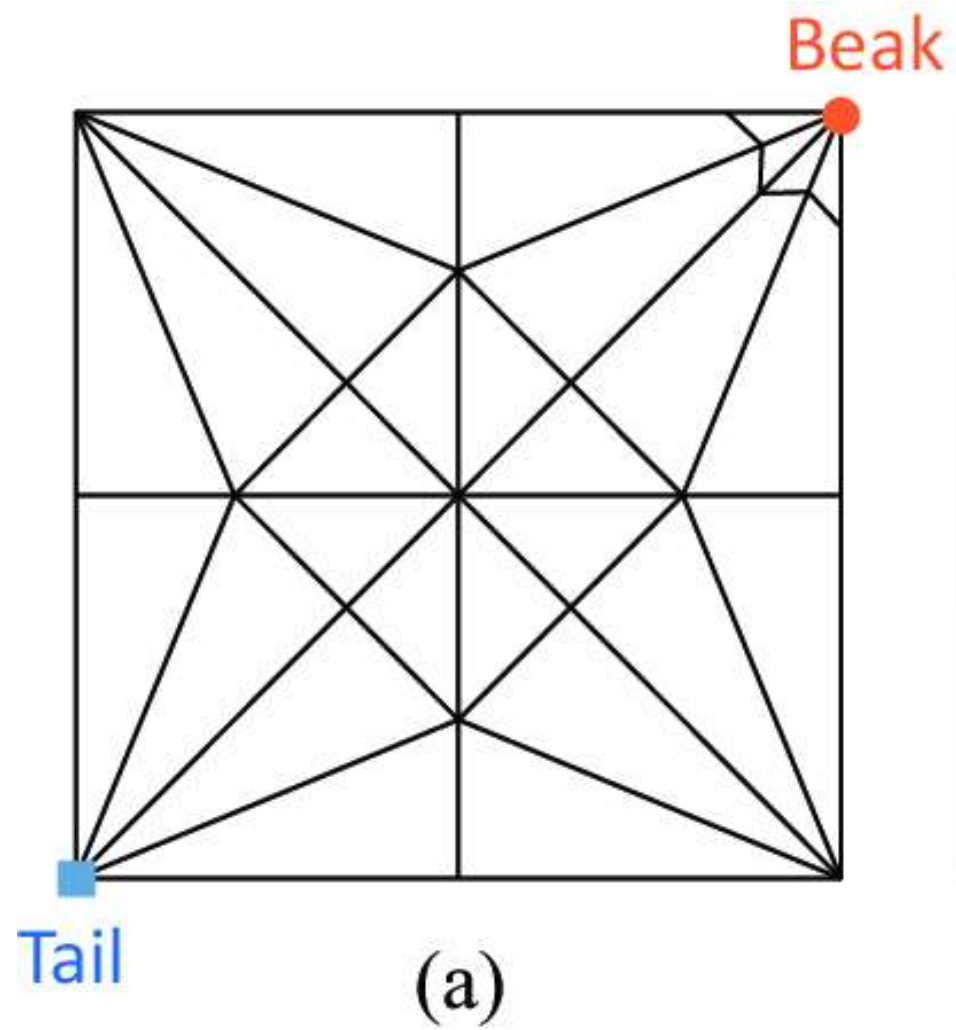
**8** Turn over



**9** Draw spots and finished

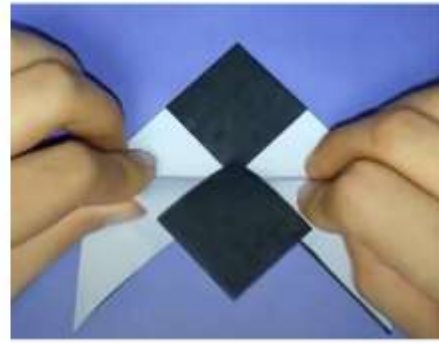
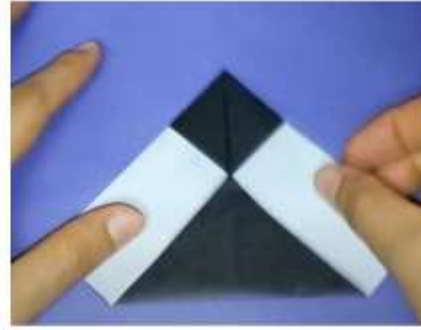
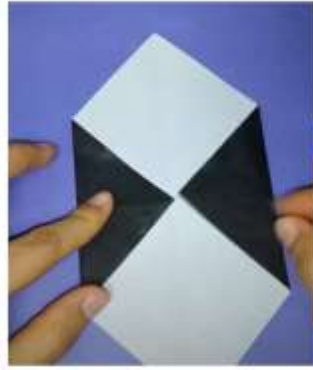
# An Ice cream3

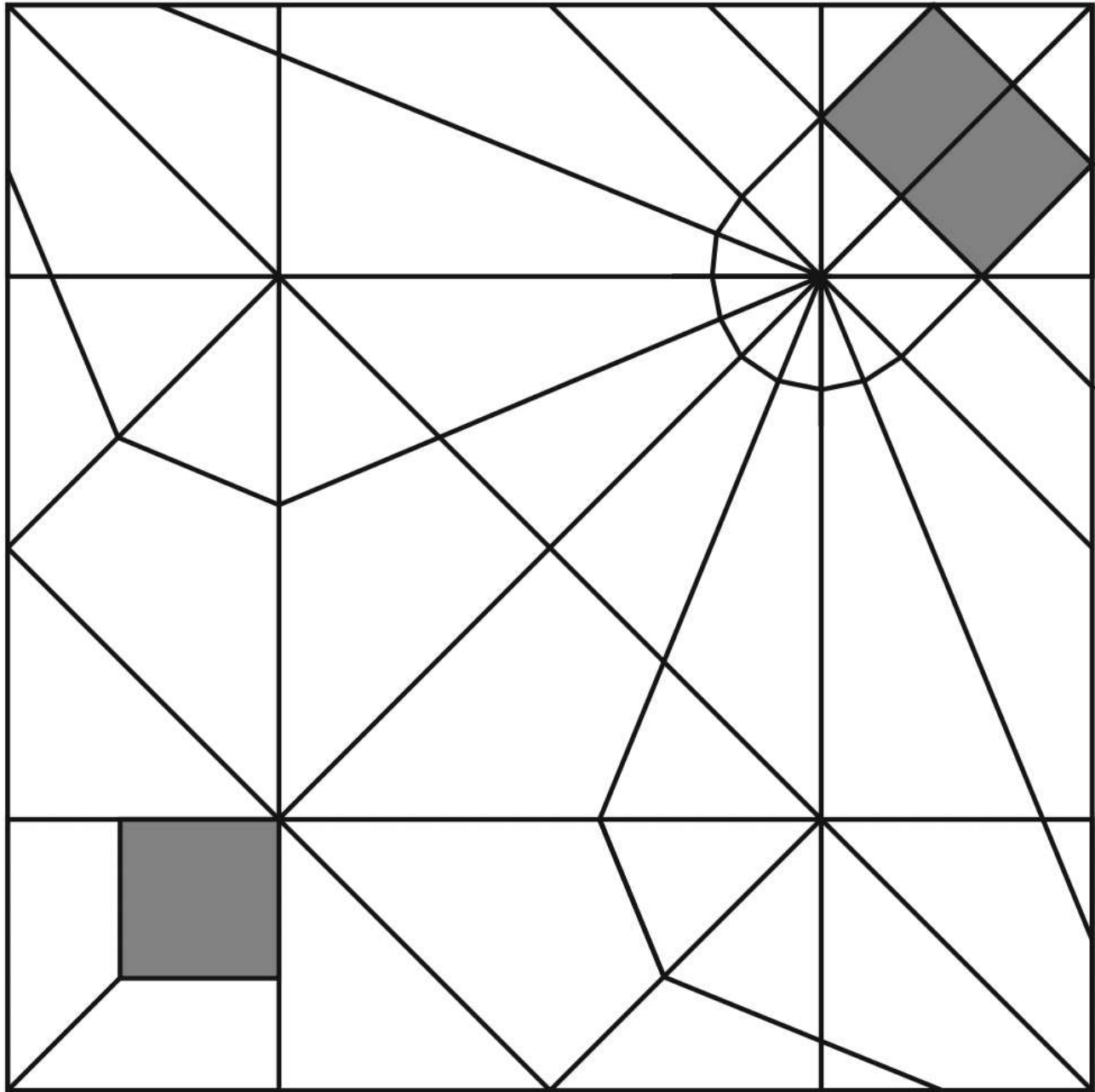


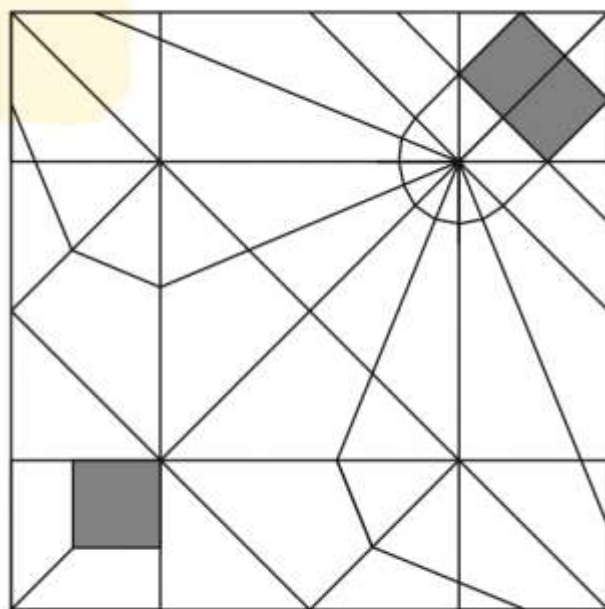




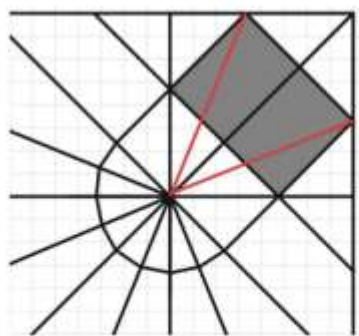
<https://www.youtube.com/watch?v=OmLhCyX9YcE>







Antud ruudu külj  $4a$ .



*Sabaks jääv must ruut.*

$$\text{Diagonaali pikkus: } 2a\sqrt{2} - 2a = 2a(\sqrt{2} - 1)$$

$$\text{Pindala: } 4a^2(\sqrt{2} - 1)^2 = 4a^2(3 - 2\sqrt{2})$$

*Peaks jääv must ristkülik.*

Ruut küljega  $a$ .

Vaatleme täisnurkset kolmnurka nurkadega  $90^\circ$ ,  $22,5^\circ$  ja  $67,5^\circ$  ning mille pikem kaatet on  $a$  ja lühem  $x$ .

$$\text{Seega } \tan 22,5 = \frac{x}{a}.$$

$$\tan 22,5 = \sqrt{2} - 1.$$

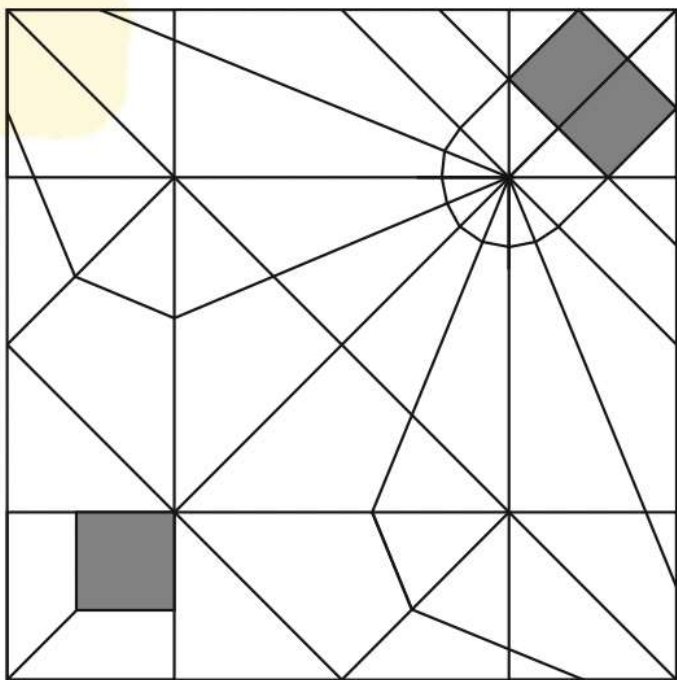
$$\text{Seega } x = a(\sqrt{2} - 1).$$

$$\text{Musta ristküliku lühem külj on } a\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) = a(2 - \sqrt{2}).$$

Musta ristküliku pikem külj:

$$\sqrt{2}(a - x) = \sqrt{2}(a - a(\sqrt{2} - 1)) = \sqrt{2}(2a - a\sqrt{2}) = 2a(\sqrt{2} - 1).$$

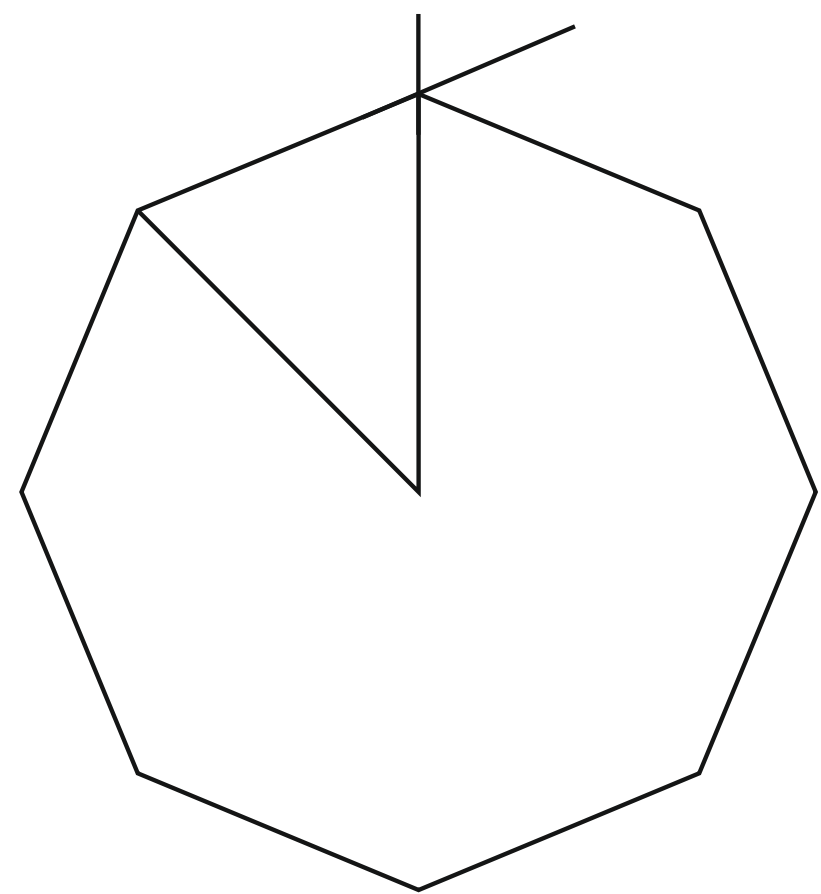
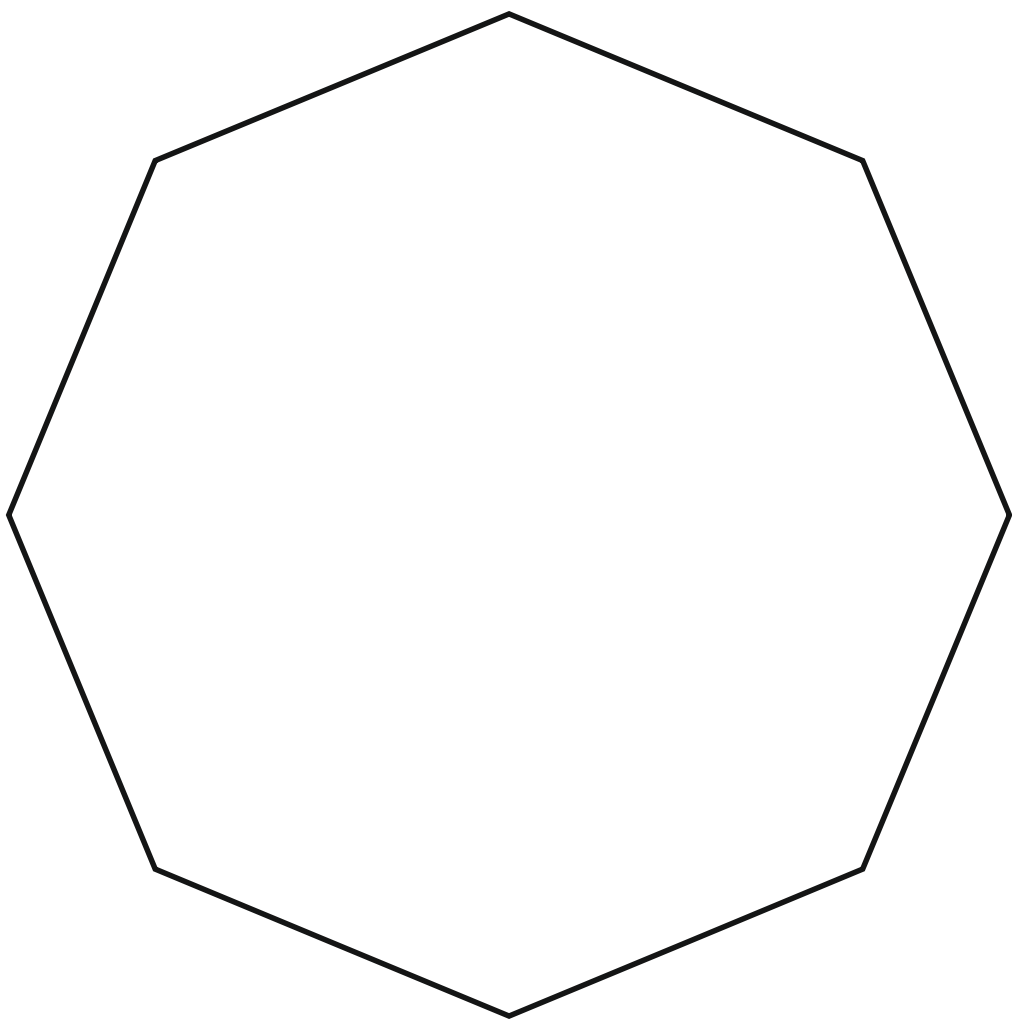
$$\text{Pindala: } a(2 - \sqrt{2}) \cdot 2a(\sqrt{2} - 1) = 2a^2(3\sqrt{2} - 4)$$



Antud ruudu külg  $4a$ .

Musta osa kogupindala

$$a^2(3 - 2\sqrt{2}) + 2a^2(3\sqrt{2} - 4) = a^2(4\sqrt{2} - 5)$$





## Cast Aluminium 112.5 Degree Traditional Pipe Bend Non-Eared

Code: RW1T/21MILL

Brand: Non Branded

From

**£18.83** Ex VAT

£22.60 Inc VAT

Estimated delivery 8-10 working days

Downpipe Size



Colour

Qty

**Add to Basket**

[Add to Quote](#)



THEGARDENSPACE.CO

# 112.5 Degree Bend In White - Square

£1.99 +VAT

Quantity

- 1 +

Add to cart

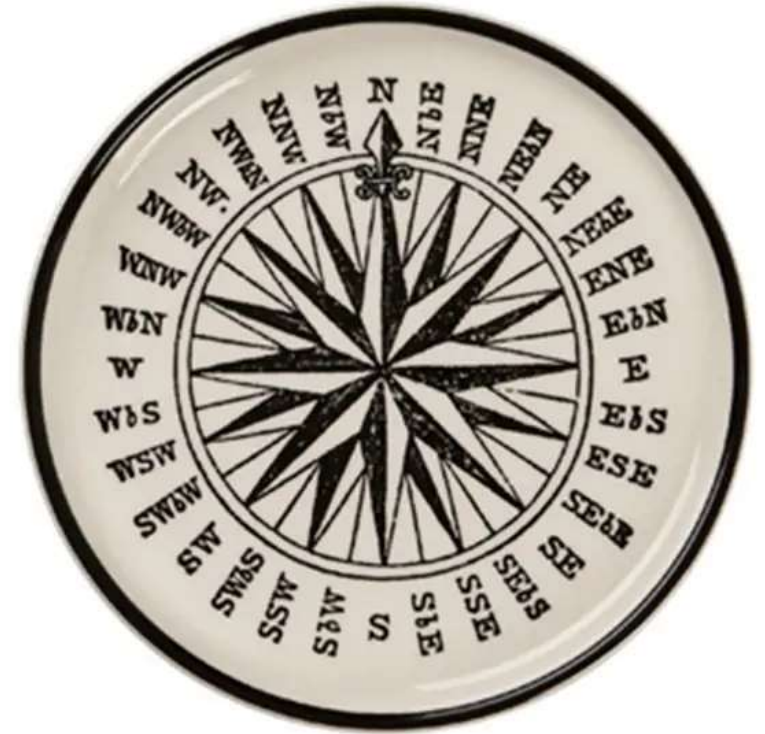
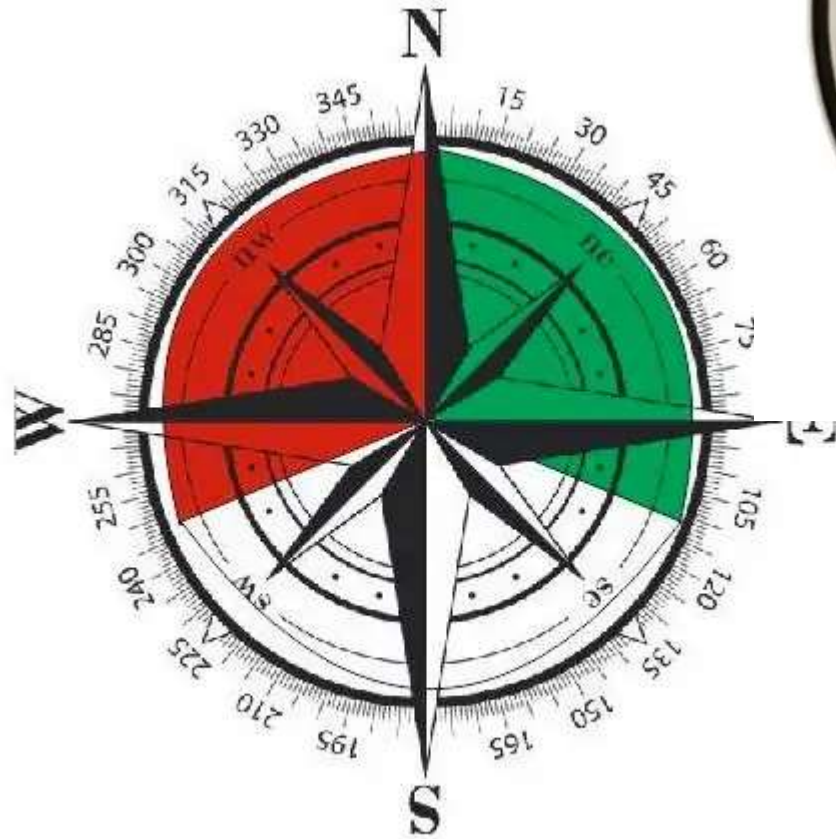
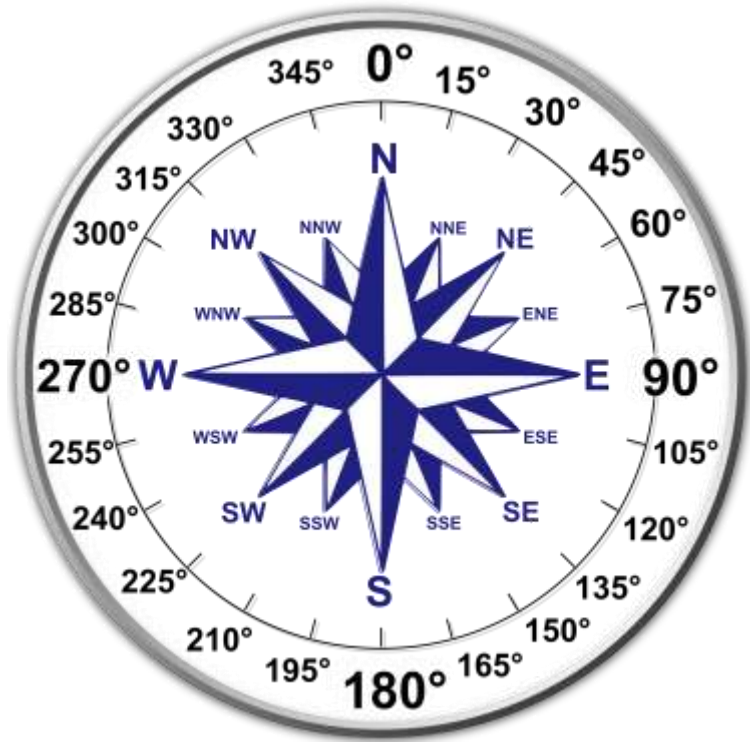
Buy with **shop** Pay

[More payment options](#)



Customer Service **Online**  
Need Help? Chat with us

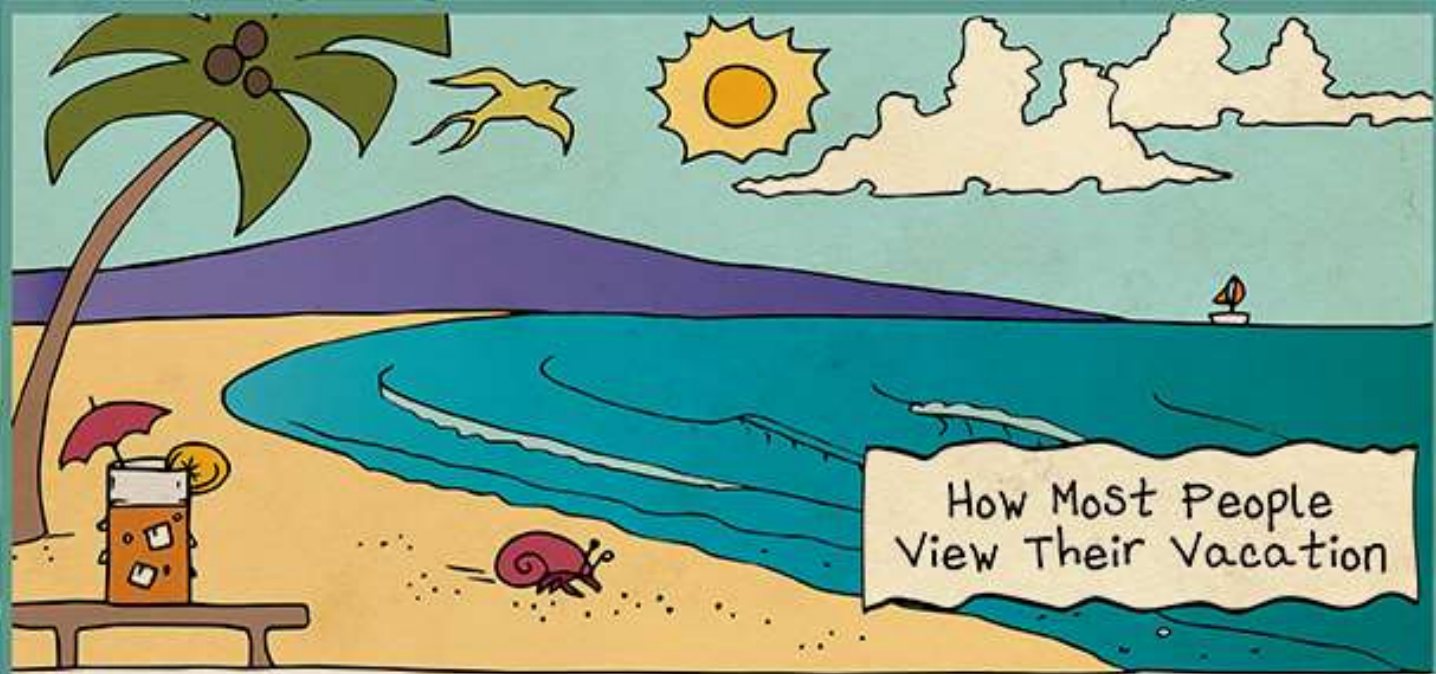




HULK

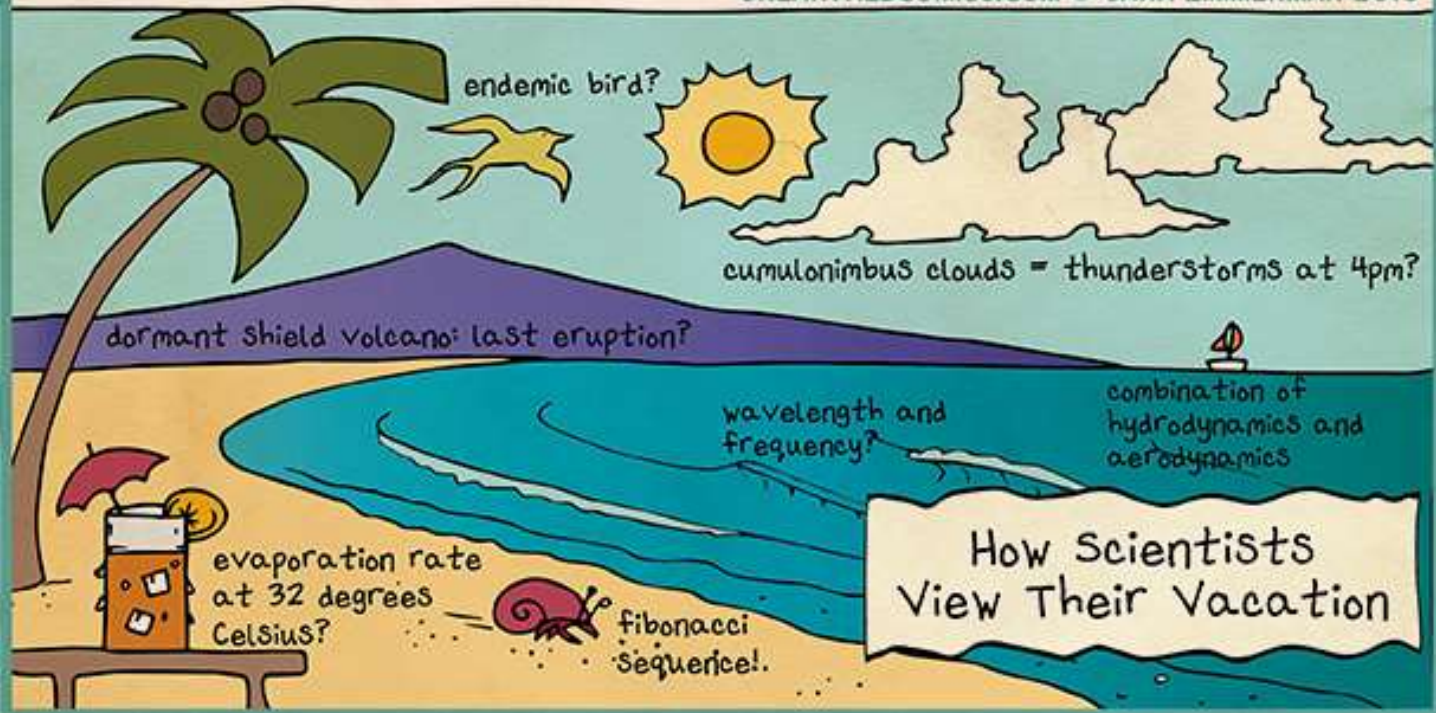
STRUKTUUR

SEOSSED



How Most People  
View Their Vacation

UNEARTHEDCOMICS.COM © SARA ZIMMERMAN 2013



endemic bird?



cumulonimbus clouds = thunderstorms at 4pm?

dormant shield volcano: last eruption?

wavelength and frequency?

combination of hydrodynamics and aerodynamics

evaporation rate at 32 degrees Celsius?



fibonacci sequence!

How Scientists  
View Their Vacation

TÄNANI!